**Университет ИТМО**

**Физико-технический мегафакультет Физический факультет**



|  |  |
| --- | --- |
| Группа M3201 | К работе допущен |
| Студенты Ткачук С.A. и Чуб Д.О. | Работа выполнена |
| Преподаватель Шоев В.И. | Отчет принят |

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 1.04

Маятник Обербека. Исследование равноускоренного вращательного движения



1. **Цель работы**

1. Проверка основного закона динамики вращения.

2. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

1. **Задачи, решаемые при выполнении работы**

1. Измерение времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.

2. Расчёт ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити.

3. Расчёт момента инерции крестовины с утяжелителями и момента силы трения.

4. Исследование зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения. Проверка основного закона динамики вращения.

5. Исследование зависимости момента инерции от положения масс

относительно оси вращения. Проверка теоремы Штейнера.

1. **Объект исследования**

Вращательное движение маятника Обербека с привязанным к нему грузом в зависимости от массы груза и момента инерции маятника (расстоянию от центра до утяжелителей).

1. **Метод экспериментального исследования**

Лабораторный

1. **Рабочие формулы и исходные данные**

Формулы:

Момент силы – это мера того, насколько сила стремится вращать объект вокруг какой-то оси. Величина силы \* расстояние от оси вращения до точки приложения силы Н\*м

Момент инерции – это мера того, как объект сопротивляется изменению своего состояния вращения относительно определенной оси. Момент инерции зависит от распределения массы относительно оси вращения. Чем больше момент инерции, тем труднее изменить скорость вращения объекта. Кг\*м^2

Теорема Штейнера - момент инерции тела относительно некоторой оси равен моменту инерции этого тела относительно параллельной оси, проходящей через центр масс тела, плюс произведение массы тела на квадрат расстояния между осями.

Чтобы вычислить момент инерции вокруг оси, проходящей через центр масс (или оси симметрии) объекта, нужно знать распределение массы относительно этой оси. Момент инерции I вычисляется как интеграл от r^2 по dm

I - момент инерции относительно заданной оси,

r - расстояние от элемента массы dm до оси вращения,

dm - элемент массы.

Ускорение груза , падающего с высоты за время :

(1)

Угловое ускорение крестовины ( – линейное ускорение груза, – диаметр ступицы):

(2)

Момент силы натяжения нити ( – масса груза, - диаметр ступицы, – линейное ускорение груза, – ускорение свободного падения):

(3)

Основной закон динамики вращения для крестовины ( – момент инерции крестовины, - угловое ускорение крестовины, – момент силы натяжения нити, – момент силы трения):

(4)

Момент инерции крестовины ( – сумма моментов инерции стержней крестовины, момента инерции ступицы и собственных центральных моментов инерции утяжелителей, - расстояние от центра крестовины до центра утяжелителя, – масса грузов на крестовине):

(5)

I = I(стерж)+I(ступ)+4\*I0(ут) + 4m(ут)\*R^2

Теоретическая связь между моментом силы натяжения нити и угловым ускорением крестовины:

(6) Эта связь – следствие основного закона динамики вращения.

Расстояние от центра крестовины до центра утяжелителя ( — расстояние до первой риски от центра, — номер риски, — расстояние между соседними рисками, — размер утяжелителя вдоль спицы):

(7)

Абсолютная погрешность прямого измерения ( – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности, – общее количество измерений, – значение случайной величины, - выборочное значение среднего):

(8)

Угловой коэффициент линейной зависимости ( – среднее значение величины , – среднее значение величины ):

(9)

Свободный член линейной зависимости :

(10)

Погрешность углового коэффициента:

(11)

Погрешность свободного члена:

(12)

1. **Измерительные приборы**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *Наименование* | *Тип прибора* | *Используемый диапазон* | *Погрешность прибора* |
| *1* | Электронный секундомер | Электронный | 0 – 15 с | 0.01 с |

1. **Схема установки**

**Изображение выглядит как зарисовка, рисунок, диаграмма, круг

Автоматически созданное описание**

**Рис. 1**: схема установки: 1 – основание, 2 – рукоятка сцепления крестовин, 3 - устройства принудительного трения, 4 – поперечина, 5 - груз крестовины, 6 - трубчатая направляющая, 7 - передняя крестовина, 8 - задняя крестовина, 9 - шайбы каретки, 10 – каретка, 11 - система передних стоек

1. **Результаты прямых измерений и их обработки**

Мы провели измерения времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине. Результаты занесли в **Таблицу 1**. Для каждой ситуации также было подсчитано среднее значение и занесено в 4 строку для каждой массы груза и положения утяжелителей.

**Таблица 1**: Протокол измерений времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Масса груза, г | Положение утяжелителей | | | | | |
| 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| 267 | 5,22 | 6,17 | 7,10 | 8,62 | 10,00 | 10,74 |
| 5,11 | 7,02 | 6,88 | 8,48 | 10,39 | 9,93 |
| 4,90 | 6,50 | 6,97 | 8,73 | 10,12 | 10,80 |
| 5,08 | 6,56 | 6,98 | 8,61 | 10,17 | 10,49 |
| 487 | 3,59 | 4,50 | 5,30 | 5,58 | 6,85 | 7,09 |
| 3,45 | 4,90 | 4,98 | 5,69 | 6,30 | 7,09 |
| 3,65 | 4,38 | 5,13 | 5,61 | 6,11 | 7,09 |
| 3,56 | 4,59 | 5,14 | 5,63 | 6,42 | 7,09 |
| 707 | 2,98 | 3,52 | 3,65 | 4,58 | 4,97 | 6,11 |
| 2,93 | 3,38 | 4,05 | 4,44 | 5,10 | 5,77 |
| 2,65 | 3,52 | 3,97 | 4,66 | 5,28 | 5,93 |
| 2,85 | 3,47 | 3,89 | 4,56 | 5,12 | 5,94 |
| 927 | 2,39 | 2,67 | 3,72 | 3,85 | 4,38 | 5,37 |
| 2,59 | 3,25 | 3,45 | 3,92 | 4,58 | 5,23 |
| 2,46 | 2,99 | 3,45 | 3,78 | 4,25 | 5,44 |
| 2,48 | 2,97 | 3,54 | 3,85 | 4,40 | 5,35 |

1. **Расчет результатов косвенных измерений**

Используя найденные значения , рассчитаем ускорение груза, угловое ускорение крестовины и момент силы натяжения нити, результаты внесем в **Таблицу 2**:

**Таблица 2**: Вычисленные значения ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити для значения по формулам (1), (2) и (3)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Масса груза, кг | Положение утяжелителей | | | | | | |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| 0,267 | a, м/с2 | 0,05 | 0,03 | 0,03 | 0,02 | 0,01 | 0,01 |
| ε, рад/с2 | 2,36 | 1,41 | 1,25 | 0,82 | 0,59 | 0,55 |
| M, Н·м | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 |
| 0,487 | a, м/с2 | 0,11 | 0,07 | 0,05 | 0,04 | 0,03 | 0,03 |
| ε, рад/с2 | 4,79 | 2,88 | 2,31 | 1,92 | 1,48 | 1,21 |
| M, Н·м | 0,11 | 0,11 | 0,11 | 0,11 | 0,11 | 0,11 |
| 0,707 | a, м/с2 | 0,17 | 0,12 | 0,09 | 0,07 | 0,05 | 0,04 |
| ε, рад/с2 | 7,48 | 5,05 | 4,02 | 2,93 | 2,33 | 1,73 |
| M, Н·м | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,16 |
| 0,927 | a, м/с2 | 0,23 | 0,16 | 0,11 | 0,09 | 0,07 | 0,05 |
| ε, рад/с2 | 9,90 | 6,90 | 4,86 | 4,11 | 3,14 | 2,13 |
| M, Н·м | 0,20 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,21 |

Для каждого положения утяжелителей на основе **Таблицы 2** по методу наименьших квадратов (МНК) рассчитаем момент инерции крестовины с утяжелителями и момент силы трения . Из формулы (4) следует, что теоретическая связь между моментом силы натяжения нити и угловым ускорением крестовины описывается уравнением (формула 6), т.е. зависимость является линейной, а величины и – коэффициенты этой зависимости.

МНК – это линейная аппроксимация данных. Построение прямой линии (линейной функции), которая наилучшим образом соответствует тенденции данных или явлений.

Найдем эти коэффициенты для каждого положения утяжелителей, используя формулы (9) и (10).

1 риска:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2,36 | 4,79 | 7,48 | 9,90 |
|  | 0,06 | 0,11 | 0,16 | 0,20 |

Уравнение:

2 риска:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,41 | 2,88 | 5,05 | 6,90 |
|  | 0,06 | 0,11 | 0,16 | 0,21 |

Уравнение:

3 риска:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,25 | 2,31 | 4,02 | 4,86 |
|  | 0,06 | 0,11 | 0,16 | 0,21 |

Уравнение:

4 риска:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,82 | 1,92 | 2,93 | 4,11 |
|  | 0,06 | 0,11 | 0,16 | 0,21 |

Уравнение:

5 риска:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,59 | 1,48 | 2,33 | 3,14 |
|  | 0,06 | 0,11 | 0,16 | 0,21 |

Уравнение:

6 риска:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,55 | 1,21 | 1,73 | 2,13 |
|  | 0,06 | 0,11 | 0,16 | 0,21 |

Уравнение:

Используя вычисленные значения и , построим на **Рис. 2** графики зависимости для всех положений утяжелителей.

**Рис. 2**: График зависимости

Чем меньше номер риски, тем меньше I (угловой коэффициент). Потому что чем ближе массы к центру, тем легче раскрутить. Из интеграла r^2 по dm, Видно, что формула содержит квадрат расстояния. Если массы находятся близко к оси вращения, их расстояние (r) относительно этой оси мало, что приводит к малому r^2. Следовательно, вклад этих масс в момент инерции мал.

- положение утяжелителей на 1-й риске



- положение утяжелителей на 2-й риске



- положение утяжелителей на 3-й риске



- положение утяжелителей на 4-й риске



- положение утяжелителей на 5-й риске



- положение утяжелителей на 6-й риске



Для каждого положения утяжелителей найдем расстояние между осью вращения и центром утяжелителя по формуле (7). Здесь м – расстояние от оси вращения до первой риски; – номер риски, на которой установлены утяжелители; м – расстояние между соседними рисками; м – размер утяжелителя вдоль спицы. Вычислим .

Найденные значения , , занесем в **Таблицу 3:**

**Таблица 3**: Найденные значения момента инерции крестовины с утяжелителями груза, расстояния между осью вращения и центром утяжелителя и квадрата расстояния

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Положение утяжелителей | | | | | |
| 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
|  | 0,019 | 0,027 | 0,039 | 0,046 | 0,059 | 0,094 |
|  | 0,077 | 0,10 | 0,13 | 0,15 | 0,18 | 0,20 |
|  | 0,0059 | 0,010 | 0,016 | 0,023 | 0,031 | 0,041 |

На основе **Таблицы 3** в координатах (ордината) – (абсцисса) отметим экспериментальные точки зависимости 𝐼() (**Рис. 3)**

**Рис. 3**: График зависимости

На основе найденных значений и с помощью МНК определим значения и . Теоретическая связь между моментом силы натяжения нити и угловым ускорением крестовины описывается формулой (5), т. е. зависимость является линейной, а величины и – коэффициенты этой зависимости.

Найдем эти коэффициенты, используя формулы (9) и (10):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,0059 | 0,0104 | 0,016 | 0,023 | 0,031 | 0,0408 |
|  | 0,019 | 0,027 | 0,039 | 0,046 | 0,059 | 0,094 |

Уравнение:

Используя вычисленные значения и , построим на **Рис. 3** график зависимости *.*

1. **Расчет погрешностей измерений**

По данным **таблицы 1** рассчитаем погрешность для первого по формуле (8):

Рассчитаем погрешность для первых значений 𝑎, 𝜀 и по формуле (8):

Доверительный интервал

Доверительный интервал

Доверительный интервал

Рассчитаем погрешности и по формулам (11) и (12):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -0,00008 | -0,00099 | -0,00008 | -0,0069 | -0,0098 | 0,0058 |

1. **Окончательные результаты**

Конечный вид основного закона динамики вращения для каждого положения утяжелителей:

Конечный результат момента инерции с учетом погрешности имеет вид:

;

;

1. **Выводы и анализ результатов работы**

Были экспериментально проверены и доказаны основной закон динамики вращения и зависимость момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Рассчитаны все коэффициенты для полученных линейных уравнений и сделаны графики зависимости.